



KARTA PRZEDMIOTU OFEROWANEGO W SZKOLE DOKTORSKIEJ

Kod przedmiotu	4606-PS-0000CJL-0344	Nazwa przedmiotu	w j. polskim	Optymalny transport: teoria, zastosowania i metody obliczeniowe		
			w j. angielskim	Optimal transport: theory, applications, and computational methods		
Rodzaj zajęć	specjalnościowe					
Kierownik przedmiotu	prof. dr hab. Krzysztof Chełmiński		Prowadzący zajęcia	dr inż. Karol Bołbotowski		
Jednostka realizująca	Wydział MiNI	Dyscyplina/y naukowa/e	Matematyka, Nauki fizyczne, Informatyka techniczna i telekomunikacja			
Poziom kształcenia	kształcenie doktorantów	Semestr studiów	zimowy			
Język zajęć	polski					
Forma zaliczenia	zaliczenie	Sumaryczna liczba godzin w semestrze	36h	Sumaryczna liczba ECTS	2	
Minimalna liczba uczestników	12	Maksymalna liczba uczestników	30	Dostępność dla studentów I lub II stopnia	Tak	
Typ zajęć		Wykład	Ćwiczenia audytoryjne	Ćwiczenia projektowe	Laboratorium	Seminarium
Liczba godzin zajęć	tygodniowo	3h	-	-	-	-
	łącznie w semestrze	36h	-	-	-	-

1. Wymagania wstępne

Analiza matematyczna i elementy analizy funkcjonalnej, podstawy teorii miary lub rachunku prawdopodobieństwa

2. Cele przedmiotu

Przedmiot ma wprowadzić do prężnie rozwijającej się dziedziny matematyki, jaką jest optymalny transport. Rola tego zagadnienia będzie podkreślona poprzez szerokie zastosowania: od równań fizyki matematycznej, przez rachunek prawdopodobieństwa i po uczenie maszynowe. Omówienie nowoczesnych metod komputerowych pozwoli na uwypuklenie walorów praktycznych optymalnego transportu.

3. Treści programowe (dla każdego typu zajęć oddzielnie)

Wykład

1. Zadanie optymalnego transportu: sformułowanie Monge'a oraz relaksacja Kantorowicza.
2. Dualność Kantorowicza – twierdzenie min-max, kryteria optymalności, c-transformata.
3. Najważniejsze przykłady funkcji kosztu: odległość euklidesowa i jej kwadrat.
4. Twierdzenie Breniera o rozkładzie polarnym – zastosowanie optymalnego transportu w równaniu Eulera dla nieściśliwych cieczy.
5. Metoda obliczeniowa: regularyzacja przez entropię i algorytm Sinkhorna.
6. Metoda obliczeniowa: transport półdyskretny.
7. Przestrzeń rozkładów prawdopodobieństwa z metryką Wassersteina.
8. Potoki gradientowe w przestrzeni Wassersteina.
9. Ewolucyjne równania różniczkowe cząstkowe jako potoki gradientowe.
10. Zastosowanie optymalnego transportu w przetwarzaniu obrazu i uczeniu maszynowym.



Szkoła Doktorska

Politechnika Warszawska

4. Efekty uczenia się			
Rodzaj efektu	Opis efektu uczenia się	Odniesienie do efektów uczenia się w SZD	Sposób weryfikacji efektów uczenia*
Wiedza			
W01	Zna różnicę między dwoma sformułowaniami zadania optymalnego transportu: Monge'a i Kantorowicza.	SD_W2	Ocena aktywności w trakcie zajęć
W02	Zna cechy przestrzeni metrycznej Wassersteina	SD_W2	Ocena aktywności w trakcie zajęć
W03	Zna zastosowania optymalnego transportu w fizyce i uczeniu maszynowym	SD_W3	Ocena raportu
Umiejętności			
U01	Umie wyprowadzać dualne zadanie optymalizacji.	SD_U1	Ocena aktywności w trakcie zajęć
U02	Umie zaimplementować jedną z metod obliczeniowych optymalnego transportu.	SD_U1	Ocena aktywności w trakcie zajęć
U03	Umie streścić artykuł badawczy oraz ocenić jego wkład do dziedziny naukowej, jaką jest optymalny transport	SD_U2	Ocena Raportu
Kompetencje społeczne			
K01	Rozumie rolę optymalnego transportu we współczesnej matematyce, fizyce oraz informatyce.	SD_K2	Ocena raportu

5. Kryteria oceny

Ocena raportu dotyczącego wybranego artykułu naukowego lub fragmentu monografii w dziedzinie optymalnego transportu.

6. Literatura

Literatura podstawowa:

[1] F. Santambrogio, *Optimal Transport for Applied Mathematicians*. Vol. 87. Cham: Springer International Publishing, 2015.

[2] G. Peyré, M. Cuturi, Computational Optimal Transport: With Applications to Data Science, *Foundations and Trends® in Machine Learning*: Vol. 11: No. 5-6, pp 355-607, 2019.

Literatura uzupełniająca:

[1] C. Villani, *Topics in optimal transportation*. American Mathematical Soc., 2003.

[2] L. Ambrosio, N. Gigli, G. Savaré, *Gradient flows: in metric spaces and in the space of probability measures*. Springer Science & Business Media, 2008.

[3] A. Figalli, F. Glaudo, *An invitation to optimal transport, Wasserstein distances, and gradient flows*, EMS Textbooks in Mathematics, EMS Press, 2021.

7. Nakład pracy studenta niezbędny do osiągnięcia efektów uczenia się

Lp.	Opis	Liczba godzin
1	godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim wynikające z planu	36
2	Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim w ramach konsultacji, egzaminów, sprawdzianów itp.	5



Szkoła Doktorska

Politechnika Warszawska

3	Godziny pracy samodzielnej studenta w ramach przygotowania do zajęć oraz opracowania sprawozdań, projektów, prezentacji, raportów, prac domowych	20
4	godziny pracy samodzielnej studenta w ramach przygotowania do egzaminu ustnego	
Sumaryczny nakład pracy studenta		61
Liczba punktów ECTS		2

8. Informacje dodatkowe		
Liczba punktów ECTS na zajęciach wymagających bezpośredniego udziału nauczycieli akademickich		2
Liczba punktów ECTS, którą student uzyskuje w ramach zajęć o charakterze praktycznym		0